

# Frequency assignment : models and algorithms

## Citation for published version (APA):

Koster, A. M. C. (1999). Frequency assignment : models and algorithms. Maastricht: Universiteit Maastricht.

## Document status and date:

Published: 01/01/1999

## Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

## Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

## General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.umlib.nl/taverne-license](http://www.umlib.nl/taverne-license)

## Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[repository@maastrichtuniversity.nl](mailto:repository@maastrichtuniversity.nl)

providing details and we will investigate your claim.

---

# SAMENVATTING IN HET NEDERLANDS

---

## SUMMARY IN DUTCH

---

---

### INTRODUCTIE

---

In 1909 ontving de Italiaan Marconi de Nobelprijs voor zijn baanbrekende werk op het gebied van de draadloze telegraaf. Sinds het eind van de 19e eeuw experimenteerde hij met het verzenden van boodschappen door middel van radiogolven. Sinds die tijd heeft de draadloze communicatie een grote vlucht genomen. Reeds in 1915 was het mogelijk om gesproken woord over de Atlantische oceaan te verzenden. Niet lang daarna werd radio gemeengoed en al halverwege de jaren '30 werd volop geëxperimenteerd met het verzorgen van televisie uitzendingen. Na de tweede wereldoorlog was de technologie zo ver gevorderd dat televisie op grote schaal kon worden geïntroduceerd.

Direct na de tweede wereldoorlog startte ook de exploitatie van het eerste draadloze telefoonnetwerk in de Verenigde Staten. Het duurde tot het begin van de jaren '80 voordat de mobiele telefoon op grote schaal zijn intrede deed. Nadeel van de eerste mobiele netwerken was de diversiteit aan technologieën die werden gebruikt. Daardoor was het in Europa onmogelijk de mobiele telefoon in het buitenland te gebruiken. Standaardisatie van de technologie werd dan ook de opdracht voor de in 1988 opgerichte *Groupe Speciale Mobile* (GSM). In 1992 werd het eerste GSM-netwerk geïntroduceerd in Duitsland. Inmiddels is GSM een groot succes gebleken en beschikken wereldwijd tientallen miljoenen mensen over een aansluiting op een GSM-netwerk (zie Figuur 1.2, pagina 4). Naast radio, televisie en mobiele telefonie, heeft draadloze communicatie ook toepassingen in de ruimtevaart, luchtverkeersbegeleiding en militaire communicatie systemen.

Draadloze communicatie vindt plaats met behulp van een radiozender (transmitter) en ontvanger (receiver). De transmitter moduleert een frequentie uit het radiospectrum. De receiver zet de modulatie van de frequentie om naar geluid en/of beeld. Wanneer twee communicatieverbindingen in dezelfde regio gebruik maken van (bijna) dezelfde frequentie kan interferentie van het signaal optreden. D.w.z. dat de kwaliteit van het door de receiver ontvangen signaal verslechtert. Afhankelijk van het niveau van de interferentie kan de kwaliteit van het signaal als onacceptabel worden gekwalificeerd. In de praktijk betekent dit dat voor de twee communicatieverbindingen frequenties moeten worden gebruikt die minimaal een bepaalde afstand tot elkaar hebben. Echter, door de vele toepassingsgebieden van draadloze communicatie en de begrensdheid van het radiospectrum zijn slechts een beperkt aantal frequenties beschikbaar voor elke vorm van draadloze communicatie.

Dit betekent dat hergebruik van frequenties binnen één en dezelfde geografische regio noodzakelijk is. Het hergebruik van frequenties kan echter leiden tot de reeds genoemde interferentie. De toewijzing van frequenties aan communicatieverbindingen zal dan ook zorgvuldig moeten gebeuren om de interferentie tot een minimum te beperken. De afweging tussen hergebruik van frequenties en de kwaliteit van het telecommunicatienetwerk staat bekend als het frequentie toewijzingsprobleem. Kwantificatie van de diverse aspecten van het frequentie toewijzingsprobleem leidt tot een wiskundig optimaliseringsprobleem dat met behulp van technieken uit de besliskunde kan worden opgelost.

## FREQUENTIE TOEWIJZING: EEN OVERZICHT

---

Door de sterke groei van mobiele telecommunicatie in het laatste decennium is de aandacht voor het frequentie toewijzingsprobleem de laatste jaren sterk toegenomen. Afhankelijk van de specifieke eigenschappen van een netwerk en de doelstelling van het onderzoek zijn veel verschillende wiskundige modellen en besliskundige oplossingstechnieken voorgesteld. Na de introductie in **Hoofdstuk 1**, geeft **Hoofdstuk 2** een overzicht van de literatuur die de laatste jaren is verschenen op het gebied van frequentie toewijzing. Hierbij kunnen wij onderscheid maken tussen vaste, dynamische en hybride toewijzingsschema. In Hoofdstuk 2 beperken wij ons tot modellen en methoden voor vaste toewijzingsschema's. Het frequentie toewijzingsprobleem kan als een wiskundig optimalisatieprobleem worden geformuleerd door middel van een graaf. Elke knoop in de graaf correspondeert met een draadloze verbinding, terwijl een kant in de graaf aangeeft dat de aanliggende verbindingen kunnen interfereren afhankelijk van de keuze van de frequenties. Wanneer meerdere verbindingen tussen dezelfde geografische locaties moeten worden gerealiseerd wordt veelal slechts één knoop voor alle verbindingen gemodelleerd. Aan deze knoop moeten dan meerdere frequenties worden toegewezen. Voor elke knoop is een eindige set van frequenties beschikbaar, welke kan verschillen van knoop tot knoop. Het kan bijvoorbeeld zo zijn dat bepaalde frequenties in de omgeving van landsgrenzen niet mogen worden gebruikt vanwege bilaterale afspraken.

Afhankelijk van de doelstellingsfunctie kunnen de modellen voor het frequentie toewijzingsprobleem in 4 categorieën worden geclassificeerd:

- minimalisatie van het aantal gebruikte frequenties in een interferentievrije toewijzing (Minimum Order Frequency Assignment Problem, MO-FAP),
- minimalisatie van het gebruikte frequentie interval in een interferentievrije toewijzing (Minimum Span Frequency Assignment Problem, MS-FAP),
- minimalisatie van de totale blokkeringskans van het netwerk bij een interferentievrije toewijzing (Minimum Blocking Frequency Assignment Problem, MB-FAP), en

- minimalisatie van de totale interferentie in een toewijzing (Minimum Interference Frequency Assignment Problem, MI-FAP).

Het graaf kleuringsprobleem kan wiskundig als een speciaal geval van frequentie toewijzing worden gezien. Hieruit volgt dat elk van de bovenstaande problemen  $\mathcal{NP}$ -moeilijk is, hetgeen wil zeggen dat het onwaarschijnlijk is dat er optimale algoritmen bestaan met rekentijd cq. geheugengebruik polynomiaal in de gegevens. Voor elk van de 4 modellen wordt in Hoofdstuk 2 een probleemdefinitie, een wiskundige formulering en een overzicht van de toegepaste technieken gegeven. Voor zover mogelijk worden de verschillende methoden met elkaar vergeleken op dezelfde probleeminstanties. Voor het MO-FAP, MS-FAP en MI-FAP zijn instanties van het CALMA-project vrij beschikbaar [32]. Daarnaast zijn voor het MS-FAP de zogenaamde Philadelphia-instanties beschikbaar (zie Figuur 2.1, pagina 28). Tot voor kort was het gebruikelijk om elke antenne in een mobiel telefoonnetwerk te representeren door middel van een hexagoon. Het aantal frequenties dat moet worden toegewezen, in zowel de CALMA- en Philadelphia-instanties als andere praktijk-instanties, varieert tussen honderd en enige duizenden. Het beschikbare aantal frequenties loopt uiteen van een tiental tot enkele honderden (Philadelphia-instanties).

In het MO-FAP moeten de frequenties worden toegewezen zodanig dat

- (i). alle verbindingen kunnen worden gerealiseerd,
- (ii). er geen interferentie ontstaat, en
- (iii). het aantal gebruikte frequenties minimaal is.

De meeste moderne heuristische methoden uit de besliskunde en kunstmatige intelligentie zijn toegepast op het MO-FAP. Meerdere studies tonen aan dat met tabu search de optimale oplossing regelmatig te genereren. Ook de minder bekende potentiaal reductiemethode gebaseerd op inwendige puntmethoden lijkt goede resultaten op te leveren. Exacte methoden, zoals geheeltallig lineair programmeren en constraint satisfaction, blijken voor de meeste van de beschikbare instanties krachtig genoeg een oplossing te genereren waarvoor optimaliteit kan worden bewezen. Ook door combinatie van ondergrenzen, gebaseerd op kliks in de graaf, met een heuristiek zoals tabu search, kan in veel gevallen optimaliteit van de gegenereerde oplossing worden bewezen.

In het MS-FAP moeten de frequenties worden toegewezen zodanig dat

- (i). alle verbindingen kunnen worden gerealiseerd,
- (ii). er geen interferentie ontstaat, en

- (iii). het verschil tussen het maximum en minimum van de gebruikte frequenties minimaal is.

Voor het MS-FAP heeft het meeste onderzoek zich gericht op ondergrenzen voor de Philadelphia-instanties. De ondergrenzen zijn ofwel gebaseerd op graaf theoretische argumenten ofwel op oplossingen/ondergrenzen voor een gerelateerd handelsreizigersprobleem. Met name de laatste grenzen (veelal toegepast op een deelgraaf) zijn vaak krachtig genoeg om gecombineerd met heuristieken optimaliteit te bewijzen. De instanties van het CALMA-project zijn helaas niet moeilijk genoeg om onderscheid te maken tussen de kwaliteit van de verschillende technieken.

In het MB-FAP moeten de frequenties worden toegewezen zodanig dat

- (i). er geen interferentie ontstaat, en
- (ii). de kans op blokkering van een verbinding minimaal is.

Het MB-FAP kan worden beschouwd als een generalisatie van het *independent set* probleem, één van de standaardproblemen in de combinatorische optimalisering. Vandaar dat het onderzoek voor het MB-FAP zich met name heeft gericht op exacte methoden gebaseerd op geheeltallige formuleringen. In de meeste gevallen zijn deze exacte methoden krachtig genoeg om de instanties tot optimaliteit op te lossen. Heuristische methoden zijn slechts op beperkte schaal toegepast op deze variant van frequentie toewijzing.

In het MI-FAP moeten de frequenties zodanig worden toegewezen dat

- (i). alle verbindingen kunnen worden gerealiseerd, en
- (ii). de totale interferentie minimaal is.

Het MI-FAP blijkt niet alleen het meest algemene model te zijn, maar ook het moeilijkst oplosbare. Vandaar dat het onderzoek voor dit probleem zich vooral op heuristieken heeft gericht. Met name tabu search en genetische algoritmen zijn veelvuldig toegepast op verschillende praktijkinstanties. Voor de beschikbare CALMA-instanties zijn de beste resultaten behaald met een speciaal genetisch algoritme waarin oplossingen optimaal worden gekruist. Hierbij is gebruik gemaakt van de resultaten van hoofdstuk 3 van dit proefschrift. Voor slechts een tweetal speciale instanties zijn ondergrenzen beschikbaar. Voor de overige instanties ontbreken ondergrenzen in het geheel of zijn zeer zwak. Voor de kleinste instantie is de optimale oplossing bekend na toepassing van een zeer rekenintensieve constraint satisfaction techniek. Voor andere praktijkinstanties zijn geen ondergrenzen beschikbaar.

## EXACTE METHODEN VOOR HET MI-FAP

Het gebrek aan goede ondergrenzen voor het minimum interferentie frequentie toewijzingsprobleem, is de aanleiding geweest voor het onderzoek dat gepresenteerd wordt in de Hoofdstukken 3 en 4. In **Hoofdstuk 3** wordt het MI-FAP gemodelleerd als *Partial Constraint Satisfaction Problem* (PCSP). Wij bestuderen het PCSP vanuit een polyhedraal oogpunt. Allereerst wordt het PCSP geformuleerd als een geheeltallig lineair programmeringsprobleem. Na bepaling van de dimensie van het bijbehorende polytoop en beschrijving van de ongelijkheden die triviale facetten beschrijven, vervolgen we de discussie met twee stellingen voor het liften van toegestane ongelijkheden. Deze stellingen bieden de mogelijkheid om klassen van facet definiërende ongelijkheden af te leiden uit individuele ongelijkheden. Op deze wijze worden 2 klassen van ongelijkheden afgeleid. Voor deze ongelijkheden bespreken wij de complexiteit van de bijbehorende separatieproblemen. Nieuwe klassen van ongelijkheden kunnen ook worden afgeleid door de overeenkomsten tussen het PCSP en het *Boolean Quadric Polytope* te beschouwen. Hoofdstuk 3 wordt afgesloten met rekenresultaten die het nut van de geldende ongelijkheden aantonen. Voor PCSP's met domeinen van beperkte grootte kan de optimale oplossing met behulp van een *cutting plane* algoritme in acceptabele tijd worden verkregen. Voor PCSP's met grotere domeinen is deze methode helaas niet krachtig genoeg om in een redelijke tijd goede resultaten op te leveren.

In **Hoofdstuk 4** wordt daarom een andere methode toegepast waarin de onderliggende graafstructuur van het probleem beter wordt benut. De methode is gebaseerd op de boombreedte van de graaf. Voor vele combinatorische optimaliseringsproblemen gebaseerd op een graaf bestaan optimale algoritmen die polynomiaal zijn in tijd en geheugen, zolang de boombreedte van de graaf beperkt is tot een constante. Ook voor het MI-FAP bestaat een dynamisch programmeringsalgoritme dat gebruik maakt van een boomdecompositie met beperkte breedte. Voor het bepalen van een boomdecompositie van beperkte breedte bestaat in principe een polynomiaal algoritme. Aangezien het algoritme in de praktijk van weinig waarde is (exponentieel in de breedte), beschrijven we in Hoofdstuk 4 allereerst een heuristiek voor het bepalen van een boomdecompositie. Vervolgens presenteren we een dynamisch programmeringsalgoritme voor het MI-FAP. Zoals alle algoritmen gebaseerd op een beperkte boombreedte is ook dit algoritme echter exponentieel in de breedte van de boomdecompositie. Hierdoor kunnen praktijkinstanties alleen worden opgelost met behulp van extra reductietechnieken. We beschrijven zowel graaf-reductietechnieken als reductietechnieken die het aantal domeinelementen verkleinen. Deze laatste techniek kan ook gedurende het dynamisch programmeringsalgoritme worden toegepast op toewijzingen aan een deelverzameling van de knopen. De graaf-reductietechnieken worden met name in de preprocesfase gebruikt. Met behulp van deze reductietechnieken en het dynamisch programmeringsalgoritme kunnen 7 van de 11 CALMA-instanties worden opgelost.

Voor de overige 4 instanties blijkt het algoritme echter nog steeds vast te lopen op een

tekort aan geheugen en rekentijd. Vandaar dat een iteratieve versie van het boomdecompositie algoritme wordt gepresenteerd. Dit algoritme genereert een niet-dalende reeks van ondergrenzen. Allereerst wordt het domein voor elke knoop in de graaf verdeeld in een klein aantal deelverzamelingen. Vervolgens wordt een PCSP opgelost waarin een keuze tussen deze deelverzamelingen moet worden gemaakt. De kostencoëfficiënten voor dit PCSP worden zodanig gekozen dat de optimale oplossing een ondergrens voor het oorspronkelijke probleem oplevert. Verkleining van de deelverzamelingen levert ondergrenzen op die niet slechter zijn dan de eerste. Op deze wijze worden voor de overige 4 instanties redelijk tot zeer goede ondergrenzen verkregen. Tot slot combineren we het iteratieve algoritme met de geheeltallige programmeringstechnieken van Hoofdstuk 3, hetgeen in enkele gevallen nog betere ondergrenzen oplevert.

## HEURISTIEKEN VOOR MI-FAP

---

In Hoofdstuk 5 wordt het nut van de technieken uit de Hoofdstukken 3 en 4 voor heuristische methoden besproken. Vaak kunnen exacte methoden ook worden gebruikt in een heuristisch kader. In Kolen [118] zijn de polyhedrale resultaten van Hoofdstuk 3 reeds gebruikt om een optimale kruising van oplossingen in een genetisch algoritme mogelijk te maken. Op deze wijze werden de best bekende oplossingen voor alle CALMA-instanties verkregen (in veel gevallen inmiddels bewezen optimaal door de resultaten van Hoofdstuk 4). In Hoofdstuk 5 worden de polyhedrale resultaten gecombineerd met een lokaal zoekalgoritme. Wij definiëren de buurruimte van een oplossing zodanig dat de beste buur verkregen kan worden door het oplossen van een PCSP met 2 frequenties per domein. De resultaten van één van de geteste varianten benaderen in kwaliteit de resultaten van het genetisch algoritme.

De resultaten van Hoofdstuk 4 kunnen eveneens met een lokaal zoekalgoritme worden gecombineerd. In plaats van een buurruimte waarin slechts één frequentie per keer kan worden veranderd, worden buurruimtestructuren voorgesteld waarin de toewijzing van een deelgraaf kan worden gewijzigd. Voorwaarde is dat de deelgraaf een beperkte boombreedte heeft. Voorlopige rekenresultaten tonen aan dat de lokaal optimale oplossingen met deze uitgebreidere buurruimtestructuren duidelijk betere oplossingen opleveren.

## RICHTINGEN VOOR NADER ONDERZOEK EN CONCLUSIES

---

Dit proefschrift wordt afgesloten met een aantal suggesties voor richtingen waarin nader onderzoek op het MI-FAP mogelijk is. Mogelijkheden om Benders Decompositie, Lagrange Relaxatie en een Semi Definite Programmering Relaxatie toe te passen worden

kort besproken. Ook wordt een nieuwe geheeltallige programmering formulering gepresenteerd die aanzienlijk minder variabelen en restricties heeft dan de formulering van Hoofdstuk 3. Met name de combinatie van boomdecompositie met Langrange Relaxatie, en de nieuwe formulering mogen worden beschouwd als waardevolle richtingen voor nader onderzoek. Tot slot worden de resultaten van dit proefschrift samengevat (zie Tabel 6.2).